ROK I. WARSZAWA, GRUDZIEŃ 1938. ZESZYT 4.

KWARTALNIK TELEKOMUNIKACYJNY

CZASOPISMO NAUKOWE
POŚWIĘCONE SPRAWOM TELEKOMUNIKACJI
WYDAWANE PRZEZ STOWARZYSZENIE TELETECHNIKÓW POLSKICH
PRZY POPARCIU MINISTERSTWA POCZT I TELEGRAFÓW.

Adres Redakcji i Administracji: **Warszawa, Plac Napoleona 10, tel. 343-77.**

Prenumerata roczna wynosi zł 2.—

TREŚĆ Nr 4.

SOMMAIRE DU No 4.

Inż. J. GLIŃSKI.

TEORIA MAGNETYZMU.

1. Wstęp.

Żelazo w tej lub innej postaci oraz materiały o analogicznych własnościach magnetycznych są szeroko stosowane w telekomunikacji. Ponadto własności zastosowanego materiału magnetycznego często krość mają decydujący wpływ na jakość określonych elementów urządzeń telekomunikacyjnych. Wielkie firmy zagraniczne: Bell Telephone, General Electric, Westinghouse Electric, Siemens Halske i inne, zwróciły więc baczną uwagę na te materiały. Intensywnej pracy techników i fizyków w laboratoriach tych firm zawdzięczamy zarówno ogromne ulepszenie materiałów magnetycznych znanych od dawna jak i wytworzenie wielu zupełnie nowych o korzystniejszych jeszcze właściwościach. Dla zobrazowania postępu, osiągniętego w dziedzinie materiałów magnetycznych ,,miękkich'', t. j. mających duże wartości przenikalności i małą stratność mogę podać liczby następujące. W roku 1915 żelazo z zawartością około 4% krzemu miało przenikalność maksymalną 60 000. W roku ubiegłym osiągnięto dla pojedyńczego krzyształu z tego samego materiału przenikalność maksymalną 1 380 000. Przenikalność wzrosła więc 25 krotnie. Jeżeli chodzi o materiały magnetyczne ,,twarde'', charakteryzujące się dużą pozostałością magnetyczną i dużym natężeniem powściągającym, to w roku 1915 najlepsza stal wolframowa miała natężenie powściągające 80 erstedów i pozostałość 10 000 gausów. Natomiast w roku 1936 osiągnięto dla stopu żelaza z platyną (50%) natężenie powściągające 4 000 erstedów i pozostałość 3 000 gausów. Jeśli przyjąć za kryterium jakości materiału magnetycznie ,,twardego'' iloczyn z pozostałości przez natężenie powściągające, to dla stali wolframowej otrzymamy wartość $0{,}8 . 10^6$, zaś dla stopu żelaza z platyną $12 . 10^6$. Jakość więc wzrosła 15 krotnie.

,,Rekordowe'' liczby podane powyżej odnoszą się do przypadków, nie mogących mieć obecnie większego zastosowania praktycznego, czy to ze względu na specjalną postać materiału

(pojedyńczy kryształ żelaza), czy też ze względu na kosztowność materiału (stop zawierający 50% Pt). W każdym razie liczby te świadczą, że we wnętrzu materiałów magnetycznych są ukryte możliwości, których dziś jeszcze całkowicie przewidzieć nie można.

Należy podkreślić, że równocześnie z praktycznym rozwojem materiałów magnetycznych nastąpił także rozwój teorii magnetyzmu—ściśle zresztą związany z rozwojem ogólnej teorii budowy materii.

Poniżej przedstawiono główne zarysy współczesnej teorii magnetyzmu w takim ujęciu, by były możliwie ,,lekko strawne'' dla osób, które fizyka wprawdzie interesuje, lecz które z tych lub innych względów mają z nią mało wspólnego

2. Własności atomu.

Przede wszystkim zapoznać się musimy z teorią budowy atomu. Przypuszczam, że czytelnikowi znany jest planetarny model atomu (Bohr'a), w którym dokoła **jądra** o dodatnim ładunku i skupiającym praktycznie całą masę atomu krążą po orbitach eliptycznych **elektrony** o ujemnym ładunku q_e i masie m znikomo małej w porównaniu do masy jądra.

Zajmę się przede wszystkim jedną z orbit elektronowych. Niech to będzie dla uproszczenia orbita kołowa o promieniu r. Elektron o masie m obracający się z szybkością kątową ω posiada określony mechaniczny moment ilości ruchu— tak zwany **moment obrotowy**. Jak wiadomo moment obrotowy I jest równy iloczynowi z momentu bezwładności Θ przez szybkość kątową ω:

(1) $$I = \Theta \omega$$

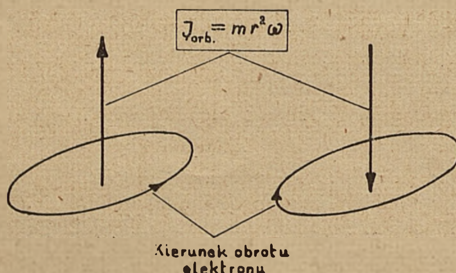
W przypadku naszej orbity:

(2) $$\Theta = mr^2$$

Wobec tego (moment obrotowy orbity oznaczamy I_{orb}):

(3) $$I_{orb} = mr^2 \omega$$

Moment obrotowy jest wektorem. Zwrot jego można określić, wkręcając w powierzchnię orbity śrubę prawoskrętną tak, aby kierunek obrotu śruby był zgodny z kierunkiem ruchu elektronu po orbicie (rys. 1). Wówczas kierunek przesunięcia śruby określi kierunek wektora momentu obrotowego.



RYS. 1, RUCH ELEKTRONU PO ORBICIE WYTWARZA MOMENT OBROTOWY I_{orb} O KIERUNKU DAJĄCYM SIĘ OKREŚLIĆ Z REGUŁY ŚRUBY PRAWOSKRĘTNEJ.

Lecz prócz masy m elektron posiada ładunek elektryczny q_e. Ruchomy ładunek elektryczny jest rodzajem prądu elektrycznego. Natężenie prądu elektrycznego określa się jako ładunek elektryczny, przepływający w jednostkę czasu przez rozważany przekrój. W przypadku naszej orbity, elektron robi $n = \frac{\omega r}{2\pi r}$ obrotów na sekundę.

Natężenie prądu i będzie więc:

(4) $$i = nq_e = \frac{2\pi}{\omega} q_e \text{ *)}$$

Pole magnetyczne zawsze towarzyszy prądowi elektrycznemu. Jeśli przez cewkę o długości l oraz z zwojach płynie prąd o natężeniu i, to natężenie pola magnetycznego H_i wewnątrz tej cewki będzie:

(5) $$H_i = 4\pi \frac{iz}{l}$$

Jeśli μ_0 jest przenikalnością bezwzględną próżni ($\mu_0 = 1$ w układzie c. g. s. elektromagnetycznym), zaś przekrój poprzeczny cewki jest s, to strumień indukcji magnetycznej Φ_i (zakładamy, że cewka znajduje się w próżni) będzie:

(6) $$\Phi_i = \mu_0 H_i s$$

Uwzględniając wzór (5):

(7) $$\Phi_i = 4\pi\mu_0 \frac{izs}{l}$$

Już Ampère stwierdził, że przy rozpatrywaniu zewnętrznych działań magnetycznych obwód z prądem może być zastąpiony równoważnym magnesem trwałym. Magnesy przyjęto charakteryzować **momentem magnetycznym** M. Momentem magnetycznym M idealnego magnesu (to jest takiego, którego ,,masy'' magnetyczne ujawniają się jedynie na czołowych ściankach sztabki) o długości l_m i masie magnetycznej bieguna q_m nazywamy iloczyn:

(8) $$M = q_m . l_m$$

Jak wiadomo (prawo Gauss'a) strumień indukcji magnetycznej bieguna będzie:

(9) $$\Phi_m = 4\pi q_m$$

Określając q_m ze wzoru (8) i podstawiając do wzoru (9)

(9a) $$\Phi_m = 4\pi \frac{M}{l_m}$$

Jeśli magnes ma być równoważny cewce, to oczywiście musi być:

(10) $$\Phi_i = \Phi_m$$

Czyli

(11) $$4\pi\mu_0 \frac{izs}{l} = 4\pi \frac{M}{l_m}$$

*) W artykule tym używamy jednostek c. g. s. elektromagnetycznych.

Jeśli $l = l_m$, to:

(12) $$M = \mu_0 \, i z s$$

Wzór (12) interpretujemy w ten sposób, że cewka o z zwojach z prądem i oraz przekroju poprzecznym s posiada moment magnetyczny równy iloczynowi $\mu_0 i z s$.

Wzór (7) można, uwzględniając wzory (6) i (12) przepisać tak:

(13) $$\mu_0 H_i s l = 4 \pi M$$

Lecz $sl = v$ — objętości cewki.

Wobec tego

(14) $$H_i = 4 \pi \frac{M}{\mu_0 v}$$

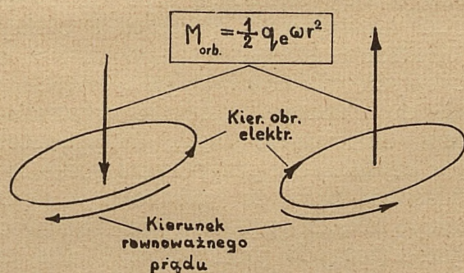
$\frac{M}{v}$ jest momentem magnetycznym jednostki objętości. Taki jednostkowy moment magnetyczny nosi nazwę **natężenia magnetyzacji** J. Wobec tego:

(15) $$H_i = \frac{4 \pi}{\mu_0} J$$

Powracając do wzoru (12) i uwzględniając, że dla naszej orbity kołowej $s = \pi r^2$, i wyraża się wzorem (4), zaś $\mu_0 = 1$, otrzymamy, iż moment magnetyczny orbity M_{orb} będzie:

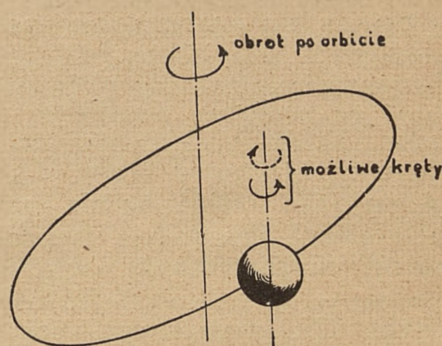
(16) $$M_{orb} = \frac{1}{2} q_e \omega r^2$$

Moment magnetyczny jest wektorem o kierunku zgodnym z kierunkiem wytwarzanego przez rozpatrywany obwód z prądem pola magnetycznego. W przypadku naszej orbity wektor momentu magnetycznego na kierunek przeciwny do wektora momentu obrotowego (rys. 2).



RYS. 2. MOMENT MAGNETYCZNY ORBITY JEST WEKTOREM PROSTOPADŁYM DO PŁASZCZYZNY ORBITY I O ZWROCIE ZGODNYM Z REGUŁĄ ŚRUBY PRAWOSKRĘTNEJ.

Dotąd mowa była jedynie o krążeniu elektronu dokoła jądra, podobnie jak ziemia krąży wokół słońca. Jednakże ziemia, krążąc dokoła słońca, obraca się także dokoła swej własnej osi. Zgodne wyniki doświadczeń i rozważań teoretycznych potwierdzają, że i w mikroskopowym układzie planetarnym atomu zachodzi zjawisko analogiczne. Mianowicie **każdy eklektron krążąc po orbicie obraca się równocześnie dokoła swej własnej osi** — jest to **kręt elektronu.** Kierunek krętu (to jest obrotu dokoła własnej osi) może być albo zgodny z kierunkiem obrotu orbitalnego lub też przeciwny (rys. 3). Oczywiście kręt elektronu jako związany z obrotem masy o określonym ładunku elektrycznym wytwarza dodatkowy moment obrotowy I_{kr} i moment magnetyczny M_{kr}. Pomiary wykazały, że moment M_{kr} jest równy momentowi M_{orb}, zaś moment I_{kr} jest równy połowie momentu I_{orb}:

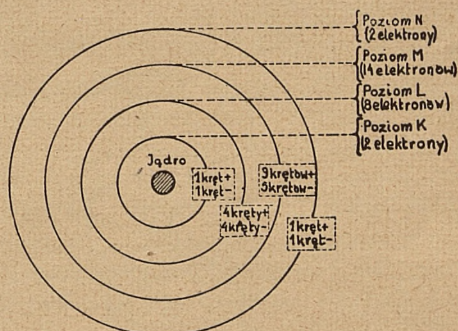


RYS. 3. KRĘT ELEKTRONU JEST ALBO ZGODNY, ALBO PRZECIWNY DO OBROTU ORBITALNEGO.

(17) $$M_{kr} = M_{orb} = \frac{1}{2} q_e \omega r^2$$
$$I_{kr} = \frac{1}{2} I_{orb} = \frac{1}{2} m \omega r^2$$

Oczywiście wypadkowe momenty obrotowe i magnetyczne elektronu będą równe sumie geometrycznej (wektorowej) momentów orbitalnego i krętu.

Jak wiadomo, atomy każdego pierwiastka charakteryzują się określoną liczbą elektronów, krążących normalnie dokoła jego jądra. Pauli wprowadził pewnik — **zasadę wyłączności** — według której w atomie nie może być w tym samym czasie dwu elektronów o identycznych orbitach i krętach. Najlepszym sprawdzianem słuszności tej zasady jest fakt, że pozwala ona w prosty sposób wyjaśnić „cebulastą” budowę atomu: dlaczego mianowicie orbity elektronowe układają się w szereg kolejnych warstw — **poziomów** — coraz bardziej oddalonych od jądra. Gdy na przykład atom żelaza znajduje się w stanie normalnym, jego orbity elektronowe tworzą dokoła jądra cztery następujące poziomy (rys. 4). Dwie orbity leżące najbliżej jądra tworzą **poziom** K, osiem następnych — **poziom** L, dalej leży **poziom M** zawierający 14 orbit i, wreszcie **poziom** N z dwiema orbitami. Na rysunku 4



RYS. 4. POZIOMY ELEKTRONÓW W ATOMIE ŻELAZA I ZNAKI KRĘTÓW.

elektrony o kręcie zgodnym z kierunkiem obrotu orbitalnego oznaczono plusem, o kręcie przeciwnym — minusem. Na rys. tym każdy poziom oznaczono kołem o innej średnicy. W rzeczywistości każdy poziom składa się z szeregu warstw, których jest tyle ile elektronów tworzy dany poziom.

Widzimy więc, że każdy pierwiastek charakteryzuje się normalnie określonym układem elektronów. Każdy z elektronów ma jednak swój moment magnetyczny orbity M_{orb} i krętu M_{kr}. **Atom jako całość będzie się więc charakteryzować określonym wypadkowym momentem magnetycznym** M_{wyp}, będącym sumą geometryczną poszczególnych momentów składowych. Ten wypadkowy moment M_{wyp} jest wielkością charakterystyczną dla atomów danego pierwiastka. Są pierwiastki, dla których M_{wyp} jest równy zeru, to jest momenty M_{orb} i M_{kr} poszczególnych elektronów całkowicie znoszą się wzajemnie.

3. Diamagnetyzm.

Zajmę się teraz gazem, którego atomy posiadają wypadkowy moment magnetyczny M_{wyp} równy zeru.

Prawdopodobnie czytelnik przypomina sobie z teorii kinetycznej materii, że atomy gazu są w ciągłym bezładnym szybkim ruchu. Co pewien czas poszczególne atomy gazu zderzają się ze sobą tak, że tory, po których one się poruszają, mają charakter zupełnie nieregularnych linij łamanych (rys. 5). Gdy temperatura gazu rośnie, wzrasta szybkość ruchu atomów, zwiększa się także ilość zderzeń międzyatomowych. Powróćmy do jednej z orbit elektronowych pewnego atomu gazu. Jeśli ruch elektronu po tej orbicie jest trwały, to siła odśrodkowa $m\omega^2 r$ działająca na elektron jest równa sile przyciągającej F między jądrem i elektronem (pochodzenia elektrostatycznego):

(18) $$F = m\omega^2 r$$

Wyobraźmy sobie teraz, że w przestrzeni z gazem istnieje pole magnetyczne zewnętrzne o natężeniu H_z. Rozważmy działanie tego pola na rozpatrywany elektron w czasie „**drogi swobodnej**" atomu, to jest w czasie między dwoma kolejnymi zderzeniami międzyatomowymi.



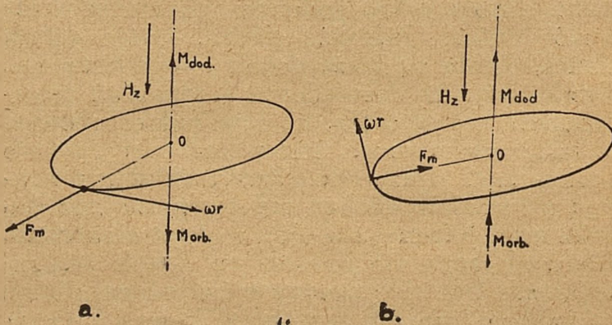
RYS. 5. TOR PEWNEGO ATOMU GAZU.

Załóżmy ponadto dla uproszczenia, że płaszczyzna rozpatrywanej orbity jest prostopadła do kierunku pola H_z. Wiemy już, że elektron w ruchu jest rodzajem prądu elektrycznego. Gdy przewodnik o długości l z prądem i znajduje się w polu magnetycznym o natężeniu H_z i kierunku prostopadłym do kierunku przewodnika, to jak wiadomo na ten ostatni działa siła $F_m = \mu_0 H_z i l$ o kierunku prostopadłym do pola i przewodnika, dającym się określić z reguły lewej ręki. Jeśli mianowicie palec wielki, wskazujący i środkowy lewej ręki ustawić tak, by utworzyły one trzy osie prostokątnego układu współrzędnych i ponadto palcowi wskazującemu nadać kierunek H_z, zaś palcowi środkowemu kierunek prądu i, to palec wielki wyznaczy kierunek działania siły F_m. W przypadku rozpatrywanej orbity $l = 2\pi r$, zaś i wyraża się wzorem (4), więc

$$F_m = \mu_0 H_z q_e \frac{\omega}{2\pi} 2\pi r; \text{ to jest:}$$

(19) $$F_m = \mu_0 H_z q_e \omega r.$$

Kierunek siły F_m pokazano na rys. 6a i 6b. Siła ta ma kierunek promieniowy i w zależności od kierunku ruchu elektronu oraz pola H_z jest zgodna albo z siłą przyciągania F, albo z siłą odśrodkową $m\omega^2 r$. W każdym razie istnienie pola H_z narusza pierwotny stan równowagi określony wzorem (18). Wiemy już, że siła F_m ma kierunek promieniowy. Gdyby nie było krętu elektronu, to pod działaniem tej siły pierwotna orbita elektronu ulegałaby odkształceniu (w zależności od kierunku siły F_m elektron miałby tendencję albo do zwiększenia, albo do zmniejszenia promienia orbity). Ale kręt elektronu istnieje i dzięki niemu elektron co do swych własności magnetycznych upodabnia się do znanego, jeśli nie z mechaniki, to z zabaw dziecięcych bąka. Przypuszczam, że każdy z czytelników przypomina sobie tę „dziwną" własność bąka, że puszczony w szybki ruch obrotowy tak, że jego oś jest nachylona pod pewnym kątem do pionu (rys. 7) nie przewraca się pod działaniem siły ciężkości lecz powstaje tak zwana precesja bąka. Mianowicie oś bąka zaczyna się obracać z określoną szybkością dokoła pionu OA. Z elektronem na orbicie za-



RYS. 6. MOMENT DIAMAGNETYCZNY M_{dod} JEST ZAWSZE SKIEROWANY PRZECIWNIE DO POLA ZEWNĘTRZNEGO H_z

chodzi zjawisko analogiczne. **Pod działaniem siły F_m nasz bąk elektronowy nie odkształci orbity pierwotnej, lecz zacznie ruch precesyjny, który objawi się jako zmiana pierwotnej szybkości kątowej ω, promień orbity nie ulegnie przy tym zmianie.** Aby zjawisko to lepiej sobie uprzytomnić zauważmy, że bąk z rys. 7 prd działaniem swego ciężaru rozpoczyna precesję której kierunek może być określony kierunkiem wektoru szybkości liniowej. Otóż wektor szybkości liniowej precesji jest zawsze prostopadły do płaszczyzny w której leży wektor momentu obrotowego bąka (o kierunku osi bąka) i wektor siły ciążenia. Wobec tego, wektor szybkości liniowej precesji elektronu na odbicie powinien także mieć kierunek prostopadły do płaszczyzny wektoru momentu J_{kr} oraz siły F_m. Ponieważ J_{kr} ma kierunek zewnętrznego pola, zaś F_m ma kierunek promieniowy, więc wektor szybkości liniowej precesji jest zawsze stycznej do orbity. Stąd właśnie wynika zmiana pierwotnej szybkośc kątowej bez zmiany promienia orbity Niech przyrost tej szybkości będzie ω_m, wówczas dla ponownego stanu równowagi musi istnieć równość:

(20) $$m(\omega + \omega_m)^2 r = F \pm F_m$$

Odejmując stronami wzór (19) od (20) i pomijając przyrost drugiego rzędu ω_m^2, otrzymamy:

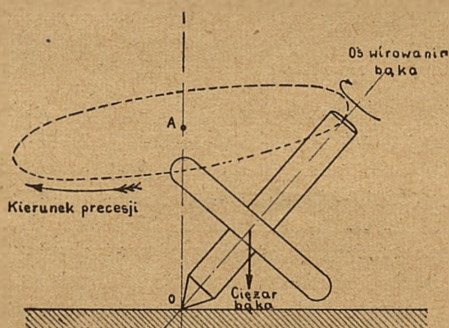
(21) $$2 m r \omega \omega_m = \pm F_m = \pm \mu_0 H_z q_e \omega r$$

Czyli

(22) $$\omega_m = \pm \mu_0 \frac{q_e}{2_m} H_z$$

Powracając do rys. 6a można zauważyć, że F_m ma w tym wypadku kierunek przeciwny do F, t. j. w równaniach (20), (21) i (22) należy wstawić znak minus. Oznacza to, że przyrost ω_m jest ujemny, to jest wskutek precesji pod wpływem zewnętrznego pola H_z pierwotna szybkość kątowa zmalała. Łatwo dowieść, że w przypadku przedstawionym na rys. 6b szybkość kątowa wzrosła.

Zauważmy jeszcze, że zgodnie z poprzednio podaną definicją moment magnetyczny orbity M_{orb}. w przypadku przedstawionym na rys. 6a jest skierowany zgodnie z H_z. W przypadku



RYS. 7. PRECESJA BĄKA.

rys. 6b moment ten ma kierunek przeciwny do H_z. Wiemy także, że M_{orb} jest proporcjonalny — wzór (16) — do szybkości kątowej. W przypadku przedstawionym na rys. 6a szybkość kątowa zmalała, zmalał więc także pierwotny moment M_{orb} Innymi słowy pole H_z spowodowało w tym wypadku powstanie dodatkowego momentu magnetycznego M_{dod} skierowanego przeciwnie do kierunku pola H_z i pierwotnego momentu M_{orb} W przypadku rys. 6b szybkość kątowa wzrosła, wzrósł więc także pierwotny moment magnetyczny M_{orb} (przeciwny do kierunku pola H_z). Innymi słowy pole magnetyczne H_z znowu spowodowało powstanie dodatkowego momentu M_{dod} skierowanego przeciwnie do pola H_z.

W ten sposób dochodzimy do wniosku ogólnego, że **pole magnetyczne zewnętrzne H_z, powodując powstanie precesji, wytwarza dodatkowy moment magnetyczny M_{dod} skierowany zawsze przeciwnie do pola H_z.**

Wielkość tego momentu dodatkowego M_{dod} znajdziemy podstawiając do wzoru (16) ω_m ze wzoru (22).

(23) $$M_{dod} = -\frac{\mu_0}{4} \frac{q_e^2 r^2}{m} H_z$$

Znak minus oznacza, że wektor momentu jest skierowany przeciwnie do wektora pola H_z — rys. 6a i b.

Dotąd rozpatrywaliśmy jedną z orbit atomu. Oczywiście wszystkie inne orbity wytworzą analogiczne momenty dodatkowe M_{dod}.

W tym miejscu należy zaznaczyć, iż przy wyprowadzaniu wzoru (23) dla uproszczenia założyliśmy, że płaszczyzna rozpatrywanej orbity jest prostopadła do kierunku zewnętrznego pola H_z. Naogół płaszczyzna orbity może tworzyć dowolny kąt z kierunkiem zewnętrznego pola. Można dowieść, że w przypadku ogólnym do wzoru na M_{dod} wchodzi nie powierzchnia orbity, lecz rzut tej powierzchni na płaszczyznę prostopadłą do kierunku pola.

Jeśli przyjąć dla prostoty, że płaszczyzny wszystkich orbit są prostopadłe do kierunku pola H_z (co oczywiście nie zachodzi w zreczywistości), to sumując wszystkie momenty dodatkowe atomu (o n elektronach) otrzymamy, że wypadkowy moment dodatkowy $M_{wyp\ dod}$ będzie:

(24) $$M_{wyp\ dod} = -\frac{\mu_0}{4} \frac{q_e^2}{m} H_z \sum_{k=1}^{k=n} r_k^2$$

Jeśli 1 cm³ gazu zawiera N atomów, to jego moment magnetyczny będzie $NM_{wyp\ dod}$ gdyż momenty poszczególnych atomów (wzór 24), będąc zawsze skierowane przeciwnie do pola H_z dodają się arytmetycznie. Lecz $NM_{wyp\ dod}$ jest momentem jednostkowym, uwzględniając definicję natężenia magnetyzacji J, podaną w paragrafie poprzednim, możemy napisać:

(25) $$J = NM_{wyp\ dod} = -\frac{N}{4} \frac{q_e^2}{m} \mu_0 H_z \sum_{k=1}^{k=n} r_k^2$$

Stosunek natężenia magnetyzacji J do indukcji zewnętrznego pola $\mu_0 H_z$ nosi nazwę **podatności magnetycznej** $\varkappa$:

$$(26) \qquad \varkappa = \frac{J}{\mu_0 H_z} = -\frac{N}{4} \frac{q_e^2}{m} \sum_{k=1}^{k=n} r_k^2$$

Jak widać podatność magnetyczna określona wzorem (26) jest ujemna i zależy jedynie od rodzaju atomu.

Ośrodki które cechuje ujemna podatność magnetyczna, fizycy nazywają diamagnetycznymi.

Z rozważań tego paragrafu wynika że **diamagnetyzm jest własnością poszczególnych atomów, które pod działaniem zewnętrznego pola, zupełnie niezależnie od tego, czy same mają własny moment magnetyczny wypadkowy M_{wyp} czy też nie, uzyskują dzięki precesji dodatkowy wypadkowy moment magnetyczny $M_{dod\ wyp}$. Diamagnetyzm jest więc zupełnie ogólną własnością atomów wszystkich pierwiastków,** (gazów, cieczy i ciał stałych). Gdy atomy nie posiadają wypadkowego momentu magnetycznego własnego M_{wyp}, to mamy do czynienia z ,,czystym'' diamagnetyzmem. Najczęściej jednak wypadkowy moment atomu nie jest równy zeru i własności magnetyczne atomu są w tym wypadku sumą własności diamagnetycznych oraz tych własności magnetycznych, o których mowa będzie dalej.

Dodajmy jeszcze, że rząd wielkości podatności diamagnetycznej wynosi $(-10^{-3}) \div (-10^{-5})$ jest to więc wielkość znikomo mała i **praktycznie biorąc materiały diamagnetyczne są materiałami ,,niemagnetycznymi''**. Bizmut jest przykładem materiału ,,silnie'' diamagnetycznego: $\varkappa = -1{,}5.10^{-5}$.

Aby zbadać wielkość działań diamagnetycznych, rozważmy cewkę wytwarzającą w swym wnętrzu (w próżni) pole o natężeniu $H_z = 100$ erstedów. Wypełnimy wnętrze cewki rdzeniem z bizmutu. Natężenie magnetyzacji diamagnetycznej będzie (wzór 23) $J = -\varkappa \mu_0 H_z = -1{,}5.10^{-5} . 1.100 = -1{,}5.10^{-3}$ gausów.

Wypadkowa indukcja B będzie sumą indukcji pola zewnętrznego $\mu_0 H_z = 100$ gausów i indukcji diamagnetycznej (wzór 12) $4\pi J = -1{,}89.10^{-2}$ gausów:

$$(24) \quad B = \mu_0 H_z + 4\pi J \cong 100 - 0{,}02 = 99{,}98$$
gausów.

Zmiana więc indukcji wskutek obecności bizmutu jest rzędu $\frac{100 - 99{,}98}{100} 10^2 = 0{,}02\%$ — t. j. znikomo mała.

4. Paramagnetyzm.

Rozpatrzymy obecnie wpływ zewnętrznego pola magnetycznego H_z na atomy posiadające wypadkowy własny moment magnetyczny M_{wyp} różny od zera. Założymy znowu, że są to atomy pewnego gazu. Wiemy już, że ,,kariera'' każdego atomu jest ciągłym następstwem dróg swobodnych i zderzeń. W paragrafie poprzednim dowiedliśmy, się diamagnetyzm jest precesją elektronów atomów pod działaniem indukcyjnym zewnętrznego pola H_z. Powiedzieliśmy też wyżej, że diamagnetyzm jest ogólną własnością wszystkich atomów, bez względu na to, czy posiadają one własny moment magnetyczny, czy też nie. W dalszym ciągu będziemy abstrahować od własności diamagnetycznych rozumiejąc, że wypadkowe własności magnetyczne rozpatrywanego atomu będą wypadkową działań diamagnetycznych oraz tych, o których zaraz będzie mowa. Abstrahując więc od działań diamagnetycznych możemy powiedzieć, że atomy rozpatrywanego gazu będą posiadać stały i niezależny od wielkości zewnętrznego pola H_z wypadkowy własny moment magnetyczny, który w dalszym ciągu nazywać będziemy poprostu **momentem atomowym.** Mimo, że każdy atom gazu ma określony moment atomowy M_{wyp}, wskutek zupełnej bezładności ruchów cieplnych, ,,statystyczny'' wypadkowy moment magnetyczny jednostki objętości gazu—natężenie magnetyzacji—będzie równy zeru. Doświadczenie uczy, że pod działaniem zewnętrznego pola magnetycznego H_z następuje pewne uporządkowanie momentów atomowych, skutkiem czego natężenie magnetyzacji przybiera określoną wartość, i to w przeciwieństwie do diamagnetyzmu taką, że jest ono zgodne z kierunkiem pola. Przy stałej temperaturze wartość tej magnetyzacji rośnie, gdy rośnie pole zewnętrzne. Przy stałym polu natężenie magnetyzacji maleje gdy rośnie temperatura. Gdy temperatura dąży do warości zera bezwzględnego, lub gdy pole rośnie do wartości bardzo dużej, natężenie magnetyzacji dąży do pewnej największej wartości granicznej, zwanej **magnetyzacją nasycenia** J_{nas}.

Jakie jest pochodzenie obserwowanego zjawiska? Przypuszczam, że czytelnik przypomina sobie z elektrotechniki takie wyjaśnienie: Poszczególne atomy z punktu widzenia działań magnetycznych mogą być zastąpione równoważnymi magnesami elementarnymi. W czasie drogi swobodnej każdego z takich magnesów, na bieguny jego działa para sił pochodząca od pola zewnętrznego H_z. Pod wpływem tej pary sił, magnesy dążą do ustawienia się zgodnie, równoległego z kierunkiem pola H_z. Jednakże czas drogi swobodnej na ogół jest za krótki na to, by mogły one osiągnąć zupełną równoległość. Każde zaś zderzenie w sposób gwałtowny zakłóca osiągnięte uporządkowanie i nadaje magnesowi elementarnemu kierunek zupełnie dowolny. W tej interpretacji natężenie magnetyzacji jest miarą ,,statystycznego'' uporządkowania, jakie mogło nastąpić przy danej wartości pola H_z i danej temperaturze (a więc danej parze sił pola i danej drodze swobodnej).

Wyjaśnienie powyższe jest proste i wydaje się być zupełnie logiczne. **Niestety jest z grun-**

tu fałszywe! Nie uwzględnia ono mianowicie własności „naturalnych" bąka jakim — jak już wiemy — jest każdy elektron krążący po orbicie. Przy zderzeniu poszczególnych atomów, ich momenty magnetyczne uzyskują jakieś położenia względem kierunku zewnętrznego pola H_z. Pole to stara się w czasie drogi swobodnej zbliżyć kierunek momentu atomowego do kierunku zgodnego z polem, lecz wskutek krętu elektronu jest on rodzajem bąka i zamiast podążyć w kierunku działania siły pola zaczyna precesję w kierunku akurat prostopadłym do spodziewanego — podobnie jak to czyni dziecięcy bąk. Wiemy już, że wskutek tej właśnie precesji atom nabiera własności diamagnetycznych. Widzimy więc, że istnienie krętu elektronu nie pozwala nie tylko na całkowite lecz nawet częściowe uporządkowanie atomów podczas ich dróg swobodnych, jak tego wymaga wyżej podane ,,proste'' wyjaśnienie. Można twierdzić, że drogi swobodne są tymi właśnie okresami, kiedy takie uporządkowanie nie zachodzi. Dotąd nie znaleziono właściwie żadnego wyjścia z tej sytuacji. Możemy więc jedynie powiedzieć: że **jakikolwiek jest mechanizm porządkowania atomów przez pole, działa on raczej podczas zderzeń lecz nie w czasie drogi swobodnej.** Jak widzimy, wynik naszych rozumowań stawia dawną teorię jak się wyraził pewien specjalista amerykański — ,,na głowie''! Nie wdając się w głębsze rozważania pozostaje stwierdzić, że wyniki doświadczalne są oczywistym dowodem powstawania określonego uporządkowania własnych momentów atomowych atomów i trzeba dążyć tymczasem do ilościowego ujęcia zachodzących zjawisk, na drodze czysto formalnej.

Załóżmy, że rozpatrywany gaz ma N atomów w cm^3 oraz, że każdy atom ma moment magnetyczny M. Założymy ponadto, że momenty M atomów gazu mogą mieć tylko dwa kierunki w stosunku do pola H_z (albo zgodny, albo przeciwny). W tym miejscu muszę zaznaczyć, że mechanika kwantowa przyjmuje iż momenty magnetyczne atomów mogą w stosunku do zewnętrznego pola przyjmować jedynie skończoną ilość położeń. Nie ma tu ani czasu, ani miejsca na bliższe omówienie tej kwestii. Sądzę jednak że, czytelnik, który zdołał już przyzwyczaić się do tego, że ładunki elektryczne i masy mogą być jedynie wielokrotnościami pewnych wielkości elementarnych, lub który się nie dziwi, że promienie orbit elektronowych atomu mogą przyjmować tylko określone wartości, zgodzi się także na podobne założenie co do momentów magnetycznych, które jest zresztą potwierdzone przez wyniki licznych doświadczeń. Atomy więc gazu dzielą się na dwie klasy. Jedna ma moment zgodny z kierunkiem pola, druga przeciwny. Gdy atom ma moment zgodny z kierunkiem pola, to dla przekształcenia go w atom z momentem przeciwnym musimy wykonać pracę przeciw siłom pola. W przypadku przeciwnym, pracę uzyskamy kosztem sił pola. Widzimy więc, że atomy o momencie przeciwnym do kierunku pola mają większą energię potencjalną od atomów z momentem zgodnym z kierunkiem pola, gdyż pierwsze przechodząc w drugie są zdolne do wykonania określonej pracy. Wiemy z termodynamiki, że energia wewnętrzna gazu jest określoną funkcją jego temperatury. Jeśli więc gaz składający się z dwu rodzajów atomów o różnych energiach jest w danej temperaturze w stanie równowagi termodynamicznej, to musi istnieć określony stosunek między ilościami atomów obu rodzajów. Wartość liczbowa tego stosunku może być znaleziona ze wzoru Boltzmanna i wynosi:

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{\frac{2MH_z}{kT}} \tag{25}$$

N_1 i N_2 — ilości atomów obu klas w jednostce objętości;

e — podstawa logarytmów naturalnych;

k — $1{,}375 \cdot 10^{-16} \frac{\text{ergów}}{\text{stopień}}$.

T — temperatura gazu (^{0}abs.).

Pamiętając, że natężenie magnetyzacji J jest momentem magnetycznym na jednostkę objętości, można napisać:

$$J = (N_1 - N_2) M. \tag{26}$$

Atom nie należący do jednej klasy należy tym samym do drugiej. Wobec tego:

$$N_1 + N_2 = N. \tag{27}$$

Eliminując z równań (25), (26) i (27) N_1 oraz N_2 otrzymamy:

$$J = NM \frac{e^{+\frac{MH_z}{kT}} - e^{-\frac{MH_z}{kT}}}{e^{+\frac{MH_z}{kT}} + e^{-\frac{MH_z}{kT}}} \tag{28}$$

Lecz jak wiadomo

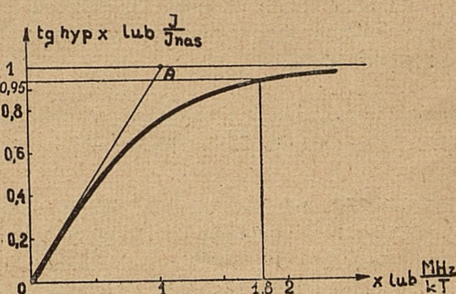
$$\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = tg\,hyp\,X \tag{29}$$

Więc:

$$J = NM\, tg\,hyp \frac{MH_z}{kT} \tag{30}$$

Z przebiegu funkcji $tg\ hyp\ x$ przedstawionego na rys. 8 widać, że dla argumentu x dostatecznie małego: $tg\ hyp\ x \cong x$.

Czyli:



RYS. 8. PRZEBIEG FUNKCJI $tg\,hyp\,x$ LUB $\frac{I}{I_{nas}} = tg\,hyp\,\frac{MH_z}{kT}$

$$J \rightarrow \frac{NM^2 H_z}{kT}, \text{ gdy } \frac{MH_z}{kT} \rightarrow 0 \tag{31}$$

Z przebiegu tej samej funkcji wiadomo także, że dla argumentu x bardzo dużego

(32) $$tg\,hyp\,x \longrightarrow 1$$

Czyli:

(33) $$J \longrightarrow NM, \text{ gdy } \frac{MH_z}{kT} \longrightarrow \infty$$

Z rys. 8 widać, że funkcja $tg\,hyp\,x$ ma asymptotę poziomą o rzędnej 1. Wobec tego funkcja przedstawiona równaniem (30) ma także asymptotę poziomą o rzędnej NM. Tę maksymalną wartość natężenia magnetyzacji nazwaliśmy już wyżej magnetyzacją nasycenia J_{nas}. Równanie (30) możemy więc tak przepisać:

(34) $$\frac{J}{J_{nas}} = tg\,hyp\frac{MH_z}{kT}$$

Odwzorowaniem graficznym równania (34) jest krzywa z rys. 8.

Pomiary specjalistów wykazały, że moment M zależnie od rodzaju gazu waha się w granicach od 0 do $2.10^{-19}\,\frac{ergów}{gaus}$. Przyjmijmy, że nasz gaz ma moment $M = 10^{-19}$ Obliczmy natężenie pola H_z potrzebne dla uzyskania w temperaturze $15^0\,C$ ($T = 288^0$ abs) natężenia magnetyzacji $J=0{,}95\ J_{nas}$. Z krzywej rys. 8 znajdziemy, że dla $\frac{J}{J_{nas}} = 0{,}95$, $\frac{MH_z}{kT} = 1{,}8$ stąd:

(35) $$H_z = \frac{1{,}8.\,kT}{M} = \frac{1{,}8.1{,}375.10^{-16}.288}{10^{-19}} =$$
$$= 700000 \text{ erstedów.}$$

Widzimy więc, że dla osiągnięcia magnetyzacji nasycenia należałoby w tych warunkach użyć pól o takich natężeniach, które są praktycznie nieosiągalne.

Wynika stąd, że praktyczne znaczenie ma tylko ta część krzywej z rys. 8, która znajduje się tuż przy początku układu współrzędnych. Jak widać, w zakresie tym mało ona się różni od linii prostej OA, której równanie podaje wzór (31). Wzór ten pozwala obliczyć podatność magnetyczną $\varkappa$.

(36) $$\varkappa = \frac{J}{\mu_0 H_z} = \frac{NM^2}{\mu_0 kT}$$

Z ostatniego wzoru widać, że w rozpatrywanym przypadku podatność magnetyczna jest dodatnia i zależy nie tylko od rodzaju atomu (moment magnetyczny M) lecz ponadto od temperatury bezwzględnej T gazu. Jest ona mianowicie odwrotnie proporcjonalna do temperatury T (**prawo Curie**).

Materiały, które cechuje dodatnia podatność magnetyczna, będąca określoną funkcją temperatury, fizycy nazywają paramagnetycznymi.

Jak widzimy więc **paramagnetyzm jest własnością tych poszczególnych atomów, które dzięki budowie posiadają określony własny moment magnetyczny. Momenty te pod działaniem zewnętrznego pola H_z ulegają pewnemu uporządkowaniu, ujawniającemu się pod postacią natężenia magnetyzacji J skierowanego zgodnie z polem H_z.**

Podkreślam jednak raz jeszcze, że także i w atomach o określonym momencie magnetycznym pod działaniem zewnętrznego pola H_z powstaje odpowiedni moment diamagnetyczny, warunkujący powstanie określonego natężenia magnetyzacji diamagnetycznej. To natężenie magnetyzacji skierowane jest przeciwnie do pola H_z, a więc i do natężenia magnetyzacji paramagnetycznej.

Wobec tego **natężenie magnetyzacji będące wynikiem pomiarów praktycznych jest sumą algebraiczną natężeń magnetyzacji dia- i paramagnetycznej.**

Powracając do poprzedniego układu i uwzględniając, że $N=2{,}7.10^{19}$ atomów na cm³, zaś $\mu_0=1$, możemy obliczyć wartość liczbową podatności paramagnetycznej. Ze wzoru (36):

$$\varkappa = \frac{2{,}7.10^{19}.\,(10^{-19})^2}{1{,}385.10^{-16}.288} = 0{,}7\,.\,10^{-5}$$

Aby zbadać wielkość działań paramagnetycznych, obliczmy wartość natężenia magnetyzacji i indukcji w przypadku cewki wytwarzającej w próżni pole o natężeniu $H_z = 100$ erstedów, który to przykład omawialiśmy już w paragrafie poprzednim. Jeśli cewka będzie miała „rdzeń" z rozpatrywanego gazu, to $J = \varkappa\mu_0 H_z = 0{,}7.10^{-5}.100 = 0{,}7.10^{-3}$ gausów. Wypadkowa indukcja B będzie:

$$B = \mu_0 H + 4\pi J = 100 + 4\pi\,0{,}7.10^{-3} =$$
$$= 100{,}01 \text{ gausów.}$$

Zmiana więc indukcji wskutek obecności gazu jest rzędu $\frac{100{,}01 - 100}{100}\,10^2 = 0{,}01\%$ — t. j. znikomo mała.

Jeśli uwzględnimy ponadto własności diamagnetyczne gazu, od których wyżej abstrahowaliśmy, to zmiana indukcji będzie jeszcze mniejsza, a może nawet okazać się ujemną, co będzie znaczyć, że własności diamagnetyczne przeważyły nad własnościami paramagnetycznymi.

Istnieją także materiały stałe o podatności magnetycznej wg. wzoru (36). Na ogół jednak podatność magnetyczna ciał stałych paramagnetycznych podlega innemu prawu. Chodzi poprostu o to, że własności magnetyczne ciał stałych muszą być, wskutek odmiennych własności gazu i ciała stałego, nie tylko funkcją własności poszczególnych atomów, lecz także funkcją oddziaływania poszczególnych atomów na siebie. Przypuszczam, że twierdzenie to jest zupełnie

oczywiste. Gdyby czytelnik miał jakieś wątpliwości, to zwracam jego uwagę na dziedzinę własności mechanicznych ciał stałych, w której wzajemne oddziaływanie atomów gra zasadniczą rolę i powoduje to na przykład, że między atomami ciał stałych, w przeciwieństwie do atomów gazów, występują siły spójniowe.

Nie wdając się na razie w interpretację fizyczną zachodzącego w ciałach stałych oddziaływania międzyatomowego, zaznaczę tylko, że możemy otrzymać wyniki zgodne z danymi doświadczeń, jeżeli założymy, że w ciałach stałych w pewnych przypadkach istnieje dodatkowe własne pole magnetyczne, nazwijmy je **molekularnym**, proporcjonalne do natężenia magnetyzacji powstającej pod działaniem zewnętrznego pola H_z:

$$H_m = A J \tag{37}$$

Jeśli teraz przyjmiemy, że porządkowanie momentów magnetycznych zachodzi pod wpływem sumy pól zewnętrznego H_z i molekularnego H_m, to na podstawie analogicznego rozumowania jak w przypadku gazu paramagnetycznego, znajdziemy zależność natężenia magnetyzacji J od pola $H_z + A J$ w postaci analogicznej do wzoru (30):

$$J = NM \, tg hyp \frac{M(H_z + A J)}{kT} \tag{38}$$

Wiemy już, że dla $\frac{M(H_z + A J)}{kT} \longrightarrow 0$ natężenie magnetyzacji może być w przybliżeniu obliczone ze wzoru:

$$J = \frac{NM^2 (H_z + A J)}{kT} \tag{39}$$

Rozwiązując (39) względem J otrzymamy:

$$J = \frac{NM^2}{k\left(T - NM^2 \frac{A}{k}\right)} H_z \tag{40}$$

Z postaci tego wzoru wynika przede wszystkim, że wyraz $NM^2 \frac{A}{k}$ ma wymiar temperatury. Niech $NM^2 \frac{A}{k} = T_{kr}$.

Wówczas:

$$J = \frac{NM^2}{k(T - T_{kr})} H_z \tag{41}$$

Podatność magnetyczna jest teraz:

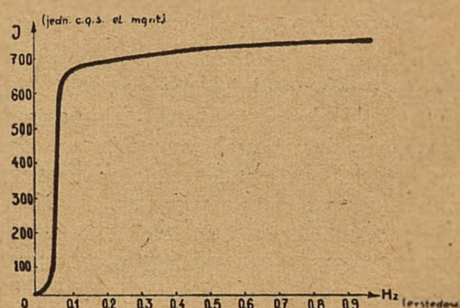
$$\varkappa = \frac{J}{\mu_0 H_z} = \frac{NM^2}{\mu_0 k (T - T_{kr})} \tag{42}$$

Jeśli T_{kr} jest znacznie mniejsze od T, to wzór (42) może być uproszczony przez pominięcie T_{kr} wobec T; otrzymujemy wówczas znany już wzór (36) na podatność magnetyczną gazu paramagnetycznego. Gdy T_{kr} nie może już być pominięte wobec T, wzór (42) daje na $\varkappa$ większe wartości od wzoru (36).

Wiemy już, że T_{kr} ma wymiar temperatury. Jest to tak zwana **temperatura krytyczna** lub **punktu Curie.** Ponieważ spółczynnik A z równania (37) jest różny dla różnych materiałów paramagnetycznych, zaś $T_{kr} = NM^2 \frac{A}{\varkappa}$, więc T_{kr} jest także różna dla różnych materiałów — jest więc „spółczynnikiem" materiałowym, podobnie jak podatność magnetyczna $\varkappa$. Gdy T_{kr} jest równe albo większe od T wzór (42) daje na $\varkappa$ wartość nieskończenie wielką lub ujemną. Doświadczenie nie potwierdza ani jednego, ani drugiego. Znaczy to poprostu, że wzór powyższy przestaje być słuszny w tym zakresie. Materiał zaś uzyskuje na ogół odmienne własności magnetyczne, o których mowa będzie dalej.

5. Ferromagnetyzm.

Wyniki pomiarów pokazują, że pewne materiały, jak na przykład żelazo lub jego stopy, są „silnie" magnetyczne, przez co chcemy powiedzieć, że natężenie magnetyzacji ma w tych materiałach znacznie większą wartość od natężenia zewnętrznego pola, które tę magnetyzację powoduje. Na rysunku 9 przedstawiono na przykład przebieg $J = f(H_z)$ dla pewnego stopu żelaza z niklem. Z rysunku tego widać, że dla $H_z = 1$ ersted (b. słabe pole) $J = 700$. Traktując znowu sprawę formalnie w sposób analogiczny do zastosowanego w końcu poprzedniego para-



RYS. 9. TYPOWA KRZYWA MAGNETYZACJI MATERIAŁU FERROMAGNETYCZNEGO.

grafu, możemy powiedzieć, że niewspółmierność między „przyczyną" (H_z) a „skutkiem" (J) tłumaczy się tym, że w badanym materiale pole molekularne H_m — wzór (37) — jest znacznie silniejsze od zewnętrznego pola H_z. Jeśli tak jest, to we wzorze (38) w pierwszym przybliżeniu można pominąć H_z.

(d. c. n.)

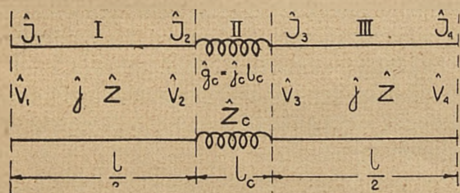
Inż. W. ŻOCHOWSKI.

TEORIA OBWODU SPUPINIZOWANEGO.

(Dokończenie do str. 48 Nr 3)

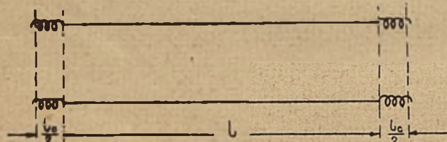
B) Wyprowadzenie wzorów na składową rzeczywistą i składową urojoną falowego oporu obwodu telefonicznego spupinizowanego.

Każdy obwód telefoniczny spupinizowany składa się z całego szeregu połączonych ze sobą odcinków pupinowskich. W kablowych sieciach budowanych w Europie odcinek pupinowski jest utworzony z dwóch obwodów niepupinizowanych, pomiędzy którymi znajduje się cewka pupinowska (rys. 12). Długość każdego z tych obwodów równa się połowie odległości l pomiędzy cewkami pupinowskiemi.



RYS. 12.

W kablowych sieciach budowanych w Ameryce odcinek pupinowski jest utworzony z dwóch cewek, umieszczonych na początku i na końcu odcinka (rys. 13) i posiadających połowę indukcyjności cewki pupinowskiej. Pomiędzy temi cewkami znajduje się obwód niepupinizowany, którego długość równa się odległości międzycewkowej l.



RYS. 13.

Obecnie wyprowadzimy wzory na składową rzeczywistą i składową urojoną falowego oporu obwodu spupinizowanego, przyjmując, że odcinki pupinowskie są zbudowane według rys. 12. W tym celu przedstawimy równania (21) i (22) dla każdego obwodu niepupinizowanego w innej postaci, odnosząc je do początku obwodu, dla którego jest:

$$X=0 \quad \hat{V}_x=\hat{V}_1 \quad \hat{I}_x=\hat{I}_1$$

otrzymamy:

$$\hat{V}_1=\hat{B}_1+\hat{B}_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (115)$$

$$\hat{I}_1=\frac{1}{\hat{Z}}(\hat{B}_2-\hat{B}_1) \quad . \quad . \quad . \quad (116)$$

Jeżeli we wzorach (115) i (116) uwzględnimy wartości stałych $\hat{B}_1$ i $\hat{B}_2$ ze wzorów (25) i (26), to równania te przyjmą następującą postać:

$$\hat{V}_1=\hat{V}_2\frac{e^{\hat{\gamma}l}+e^{-\hat{\gamma}l}}{2}+\hat{I}_2\hat{Z}\frac{e^{\hat{\gamma}l}+e^{-\hat{\gamma}l}}{2}$$

$$\hat{I}_1=\hat{I}_2\frac{e^{\hat{\gamma}l}+e^{-\hat{\gamma}l}}{2}+\frac{\hat{V}_2}{\hat{Z}}\frac{e^{\hat{\gamma}l}+e^{-\hat{\gamma}l}}{2}$$

lub po wprowadzeniu funkcyj hiperbolicznych:

$$\hat{V}_1=\hat{V}_2\,Csh\,\hat{\gamma}l+\hat{I}_2\hat{Z}\,Snh\,\hat{\gamma}l \quad . \quad (117)$$

$$\hat{I}_1=\hat{I}_2\,Csh\,\hat{\gamma}l+\frac{\hat{V}}{\hat{Z}}\,Snh\,\hat{\gamma}l \quad . \quad (118)$$

Wprowadzając oznaczenia podane na rys. 12 i uważając odcinek pupinowski jako złożony z trzech części I, II i III ze stałymi rozłożonemi równomiernie, otrzymamy po kolejnym zastosowaniu równań (117) i (118) do tych trzech części następujący układ równań:

$$\hat{I}_1=\hat{I}_2\,Csh\frac{\hat{\gamma}l}{2}+\frac{\hat{V}_2}{\hat{Z}}\,Snh\frac{\hat{\gamma}l}{2} \quad . \quad (119)$$

$$\hat{V}_2=\hat{V}_3\,Csh\,\hat{g}_c+\hat{I}_3\hat{Z}_c\,Snh\,\hat{g}_c \quad . \quad . \quad (120)$$

$$\hat{I}_2=\hat{I}_3\,Csh\,\hat{g}_c+\frac{\hat{V}_3}{\hat{Z}_c}\,Snh\,\hat{g}_c \quad . \quad . \quad (121)$$

$$\hat{V}_3=\hat{V}_4\,Csh\frac{\hat{\gamma}l}{2}+\hat{I}_4\hat{Z}\,Snh\frac{\hat{\gamma}l}{2} \quad . \quad (122)$$

$$\hat{I}_3=\hat{I}_4\,Csh\frac{\hat{\gamma}l}{2}+\frac{\hat{V}_4}{\hat{Z}}\,Snh\frac{\hat{\gamma}l}{2} \quad . \quad (123)$$

Z podstawienia wartości $\hat{V}_3$ i $\hat{I}_3$ z równań (122) i (123) do równań (120) i (121) wyniknie:

$$\hat{V}_2=\hat{V}_4\left(Csh\frac{\hat{\gamma}l}{2}.\,Csh\,\hat{g}_c+\frac{\hat{Z}_c}{\hat{Z}}Snh\frac{\hat{\gamma}l}{2}.\,Snh\,\hat{g}_c\right)+$$

$$+\hat{I}_4\left(\hat{Z}\,Snh\frac{\hat{\gamma}l}{2}Csh\,\hat{g}_c+\hat{Z}_c\,Csh\frac{\hat{\gamma}l}{2}Snh\,\hat{g}_c\right) \quad (124)$$

$$\hat{I}_2=\hat{I}_4\left(Csh\frac{\hat{\gamma}l}{2}.\,Csh\,\hat{g}_c+\frac{\hat{Z}}{\hat{Z}_c}Snh\frac{\hat{\gamma}l}{2}.\,Snh\,\hat{g}_c\right)+$$

$$+V_4\left(\frac{1}{\hat{Z}}\,Snh\frac{\hat{\gamma}l}{2}.\,Csh\,\hat{g}_c+\frac{1}{\hat{Z}_c}\,Csh\frac{\hat{\gamma}l}{2}.\,Snh\,\hat{g}_c\right) (125)$$

natomiast z podstawienia wartości $\hat{V}_2$ i $\hat{I}_2$ z równań (124) i (125) do równania (119) wyniknie:

$$\hat{I}_1=\hat{I}_4\Big[Csh\,\hat{\gamma}l.\,Csh\,\hat{g}_c+$$

$$+\frac{1}{2}\left(\frac{\hat{Z}}{\hat{Z}_c}+\frac{\hat{Z}_c}{\hat{Z}}\right)Snh\,\hat{\gamma}l.\,Snh\,\hat{g}_c\Big]+$$

$$+\frac{\hat{V}_4}{\hat{Z}}\Big[Snh\,\hat{\gamma}l.\,Csh\,\hat{g}_c+$$

$$+\left(\frac{\hat{Z}}{\hat{Z}_c}\,Csh^2\frac{\hat{\gamma}l}{2}+\frac{\hat{Z}_c}{\hat{Z}}\,Snh^2\frac{\hat{\gamma}l}{2}\right)Snh\,\hat{g}_c\Big] \quad (126)$$

Jeżeli przez $\hat{\gamma}_p$ oznaczymy tłumienie zespolone jednostkowe, oraz przez $\hat{Z}_p$ opór falowy

zespolony odcinka pupinowskiego, to na podstawie wzoru (118) można utworzyć następujące równanie:

$$\hat{I}_1 = \hat{I}_4 Csh\hat{\gamma}_p l + \frac{\hat{V}_4}{\hat{Z}_p} Snh\hat{\gamma}_p l \quad . \quad (127)$$

Z porównania ze sobą spółczynników przy $\hat{V}_4$ we wzorach (126) i (127) otrzymamy:

$$\frac{1}{\hat{Z}_p} Snh\hat{\gamma}_p l = \frac{1}{\hat{Z}}\Big[Snh\hat{\gamma}l \,.\, Csh\hat{g}_c +$$

$$+ \left(\frac{\hat{Z}}{\hat{Z}_c} Csh^2\frac{\hat{\gamma}l}{2} + \frac{\hat{Z}_c}{\hat{Z}} Snh^2\frac{\hat{\gamma}l}{2}\right) Snh\hat{g}_c\Big] \quad (128)$$

skąd

$$\hat{Z}_p = \hat{Z}\frac{Snh\hat{\gamma}_p l}{Snh\hat{\gamma}l \,.\, Csh\hat{g}_c + \left(\frac{\hat{Z}}{\hat{Z}_c} Csh^2\frac{\hat{\gamma}l}{2} + \frac{\hat{Z}_c}{\hat{Z}} Snh^2\frac{\hat{\gamma}l}{2}\right) Snh\hat{g}_c} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (129)$$

Ponieważ długość l_c cewki pupinowskiej jest mała w porównaniu z odległością l pomiędzy cewkami, to w przybliżeniu można przyjąć:

$$Snh\hat{g}_c \cong \hat{g}_c\,,$$

$$Csh\hat{g}_c \cong 1\,.$$

Wzór (129) przyjmie zatem następującą postać:

$$\hat{Z} = \hat{Z}\frac{Snh\hat{g}_p l}{Snh\hat{g}l + \frac{\hat{g}_c}{\hat{Z}_c}\hat{Z}\, Csh^2\frac{\hat{\gamma}l}{2} + \frac{\hat{g}_c\hat{Z}_c}{\hat{Z}} Snh^2\frac{\hat{g}l}{2}}$$

lub po uwzględnieniu wzoru (66) i 67):

$$\hat{Z}_p = \hat{Z}\frac{Snh\hat{\gamma}_p l}{Snh\hat{g}l + (A_c + j\omega C_c)\hat{Z}\, Csh^2\frac{\hat{\gamma}l}{2} + \frac{R_c + j\omega L_c}{\hat{Z}} Snh^2\frac{\hat{\gamma}l}{2}} \quad . \; . \; . \; . \quad (130)$$

Pomijając we wzorze (130) upływność A_c i pojemność C_c cewki pupinowskiej, będziemy mieli:

$$\hat{Z} = \hat{Z}\frac{Snh\hat{\gamma}_p l}{Snh\hat{\gamma}l + \frac{R_c + j\omega L_c}{\hat{Z}} Snh^2\frac{\hat{\gamma}l}{2}} \quad . \; . \quad (131)$$

Wzór (131) przekształcimy w następujący sposób:

$$\hat{Z} = \hat{Z}\frac{Snh\hat{\gamma}_p l}{2Snh\frac{\hat{\gamma}l}{2} \,.\, Csh\frac{\hat{\gamma}l}{2} + \frac{R_c + j\omega L_c}{\hat{Z}} Snh^2\frac{\hat{\gamma}l}{2}} =$$

$$= \frac{\hat{Z}}{tgh\frac{\gamma l}{2}}\,\frac{Snh\hat{\gamma}_p l}{2Csh^2\frac{\hat{\gamma}l}{2} + \frac{R_c + j\omega L_c}{\hat{Z}} Snh\frac{\hat{\gamma}l}{2} \,.\, Csh\frac{\hat{\gamma}l}{2}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (132)$$

Po uwzględnieniu zależności:

$$2Csh^2\frac{\hat{\gamma}l}{2} = 1 + Cshjl$$

$$Snh\frac{\hat{\gamma}l}{2} \,.\, Csh\frac{\hat{\gamma}l}{2} = \frac{1}{2} Snh\hat{\gamma}l$$

Wzór (132) przyjmie postać:

$$\hat{Z}_p = \frac{\hat{Z}}{tgh\frac{\hat{\gamma}l}{2}}\,\frac{Snh\hat{\gamma}_p l}{1 + Csh\hat{\gamma}l + \frac{R_c + j\omega L_c}{2\hat{Z}} Snh\hat{\gamma}l} \quad (133)$$

W celu dalszego przekształcenia wzoru (133) porównamy we wzorach (126) i (127) spółczynniki przy $\hat{I}_4$:

$$Csh\hat{\gamma}l = Csh\hat{\gamma}l \,.\, Csh\hat{g}_c +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\frac{\hat{Z}}{\hat{Z}_c} + \frac{\hat{Z}_c}{\hat{Z}}\right) Snh\hat{\gamma}l \,.\, Snh\hat{g}_c \quad . \quad (134)$$

Przyjmując we wzorze (134):

$$Snh\hat{g}_c \cong \hat{g}_c$$

$$Csh\hat{g}_c \cong 1$$

otrzymamy;

$$Csh\hat{\gamma}_p l = Csh\hat{\gamma}l + \frac{1}{2}\left(\frac{\hat{g}_c}{\hat{Z}_c}\hat{Z} + \frac{\hat{g}_c\hat{Z}}{\hat{Z}}\right) Snh\hat{\gamma}l$$

lub po uwzględnieniu wzorów (66) i (67):

$$Csh\hat{\gamma}_p l = Csh\hat{\gamma}l +$$

$$+ \frac{1}{2}\left[(A_c + j\omega C_c)\hat{Z} + \frac{R_c + j\omega L_c}{\hat{Z}}\right] Snh\hat{\gamma}l \quad (135)$$

Zaniedbując we wzorze (135) upływność A_c i pojemność C_c cewki pupinowskiej, będziemy mieli:

$$Csh\hat{\gamma}_p l = Csh\hat{\gamma}l + \frac{R_c + j\omega L_c}{2\hat{Z}} Snh\hat{\gamma}l \quad . \; . \quad (136)$$

Przy uwzględnieniu wzoru (136) we wzorze (133) ten ostatni przyjmie następującą postać:

$$\hat{Z}_p = \frac{\hat{Z}}{tgh\frac{\hat{\gamma}l}{2}}\,\frac{Snh\hat{\gamma}_p l}{1 + Csh\hat{\gamma}_p l} \quad . \; . \quad (137)$$

Jeżeli oznaczymy przez Z_p moduł oraz przez ζ kąt fazowy falowego oporu odcinka pupinowskiego, to wówczas równanie (137) można przedstawić w postaci:

$$\hat{Z} = Z_p (Cs\zeta + j\,Sn\zeta) = \frac{\hat{Z}}{\operatorname{tg} h \frac{\hat{\gamma} l}{2}} \frac{Sn\,h\,\hat{\gamma}_p l}{1 + Cs\,h\,\hat{\gamma}_p l}$$

lub po podniesieniu do kwadratu:

$$\hat{Z}_p^2 = \hat{Z}_p^2 (Cs^2 2\zeta + j\,Sn\,2\zeta) = \\ = \frac{\hat{Z}^2}{\operatorname{tg} h^2 \frac{\hat{\gamma} l}{2}} \cdot \frac{Cs\,h\,\hat{\gamma}_p l - 1}{Cs\,h\,\hat{\gamma}_p l + 1} \quad . \quad . \quad (138)$$

Lecz ze wzoru (71) otrzymamy:

$$\operatorname{tg} h \frac{\hat{\gamma} l}{2} = \frac{l}{2\hat{Z}} (R + j\,\omega L \quad . \quad (139)$$

a zatem:

$$\hat{Z}_p^2 = \frac{4\hat{Z}^4}{l^2 (R + j\,\omega L)^2} \frac{Cs\,h\,\hat{\gamma}_p l - 1}{Cs\,h\,\hat{\gamma}_p l + 1}$$

lub po uwzględnieniu wartości $\hat{Z}$ ze wzoru (64):

$$\hat{Z}_p^2 = \frac{4}{l^2 (A + j\,\omega C)^2} \cdot \frac{Cs\,h\,\hat{\gamma}_p l - 1}{Cs\,h\,\hat{\gamma}_p l + 1}$$

Pomijając upływność A obwodu niepupinizowanego, otrzymamy:

$$\hat{Z}_p^2 = \frac{4}{(\omega l C)^2} \frac{1 - Cs\,h\,\hat{\gamma}_p l}{1 + Cs\,h\,\hat{\gamma}_p l} \quad . \quad (140)$$

W celu dalszego przekształcenia wzoru (140) rozłożymy $Cs\,h\,\hat{\gamma}_p l$ podobnie jak we wzorze (72) na składową rzeczywistą P i składową urojoną Q:

$$Cs\,h\,\hat{\gamma}_p l = P + j\,Q$$

Wzór (140) przyjmie wówczas następującą postać:

$$\hat{Z}_p^2 = \frac{4}{(\omega l C)^2} \frac{1 - P - j\,Q}{1 + P + j\,Q} = \\ = \frac{4}{(\omega l C)^2} \frac{1 - P^2 - Q^2 - 2j\,Q}{(1 + P)^2 + Q}$$

lub po uwzględnieniu wzoru (81):

$$\hat{Z}_p^2 = \frac{4}{(\omega l C)^2} \frac{Sn^2 \alpha_0 l - 2j\,Q}{(1 + P)^2 + Q^2} = \\ = Z_p^2 (Cs\,2\zeta + j\,Sn\,2\zeta) \quad . \quad . \quad (141)$$

Z porównania składowych rzeczywistych i urojonych, stojących po obydwóch stronach równania (141), wyniknie:

$$Z_p^2\, Cs\,2\zeta = \frac{4}{(\omega l C)^2} \cdot \frac{Sn^2 \alpha_0 l}{(1 + P)^2 + Q^2} \quad . \quad (142)$$

$$Z_p^2\, Sn\,2\zeta - - \frac{4}{(\omega l C)^2} \cdot \frac{2\,Q}{(1 + P)^2 + Q^2} \quad (143)$$

W celu wyznaczenia modułu Z_p podnosimy do kwadratu równania (142) i (143), a następnie dodajemy je do siebie stronami i wyciągamy z obu stron pierwiastek kwadratowy. Otrzymamy wówczas:

$$Z_p^2 = \frac{4}{(\omega l C)^2} \frac{Sn^2 \alpha_0 l \sqrt{1 + \left(\frac{2\,Q}{S^2{}_n\, \alpha_0 l}\right)^2}}{(1 + P)^2 + Q^2} \quad (144)$$

Lecz ze wzoru (83) na korekcję Mayer'a k wynika:

$$\sqrt{1 + \left(\frac{2\,Q}{Sn^2 \alpha_0 l}\right)^2} = \frac{2 - k^2}{k^2} \quad . \quad (145)$$

Jeżeli uwzględnimy zależność (145) we wzorze 144), oraz pominiemy w mianowniku wyraz Q^2 jako bardzo mały, jak również jeżeli uwzględnimy wzory (92) i (93) na składową rzeczywistą P i na $Sn\,\alpha_0 l$, to otrzymamy:

$$Z_p^2 = \frac{4}{(\omega l C)^2} \frac{\eta^2 (2 - k^2)}{k^2 (1 - \eta^2)} \quad . \quad (146)$$

Wartość $\frac{4}{(\omega l C)^2}$ wyznaczymy ze wzoru (98), do którego na miejsce ω_0 wprowadzimy wartość:

$$\omega_0 = \frac{\omega}{\eta}$$

wzór ten przybierze wówczas następującą postać:

$$C = \frac{2\eta}{l Z_0 \omega}$$

skąd:

$$\frac{2}{\omega l C} = \frac{Z_0}{\eta}$$

lub po podniesieniu do kwadratu:

$$\frac{4}{(\omega l C)^2} = \frac{Z_0^2}{\eta^2} \quad . \quad . \quad . \quad (147)$$

Po uwzględnieniu we wzorze (146) zależności (147) otrzymamy następujący ostateczny wzór na moduł falowego oporu odcinka pupinowskiego:

$$\boxed{Z_p = \frac{Z_0}{k} \sqrt{\frac{2 - k^2}{1 - \eta^2}}} \quad . \quad . \quad (148)$$

gdzie (patrz wzór (95)):

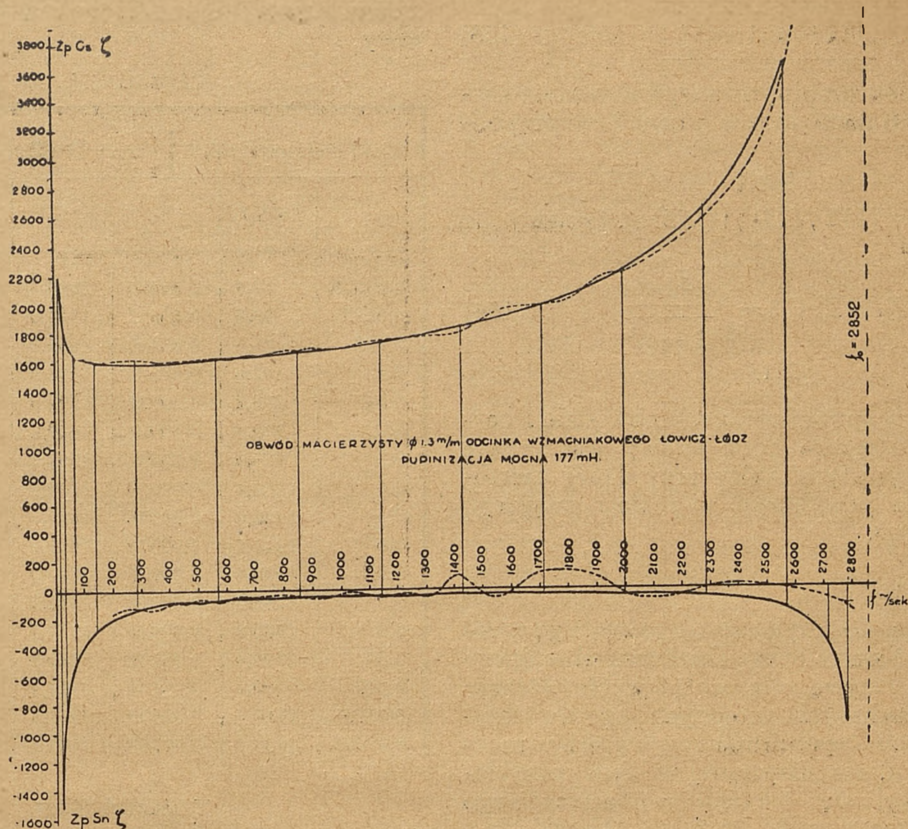
$$\boxed{Z_0 = \sqrt{\frac{L + \frac{Lc}{l}}{C}}} \quad . \quad . \quad (149)$$

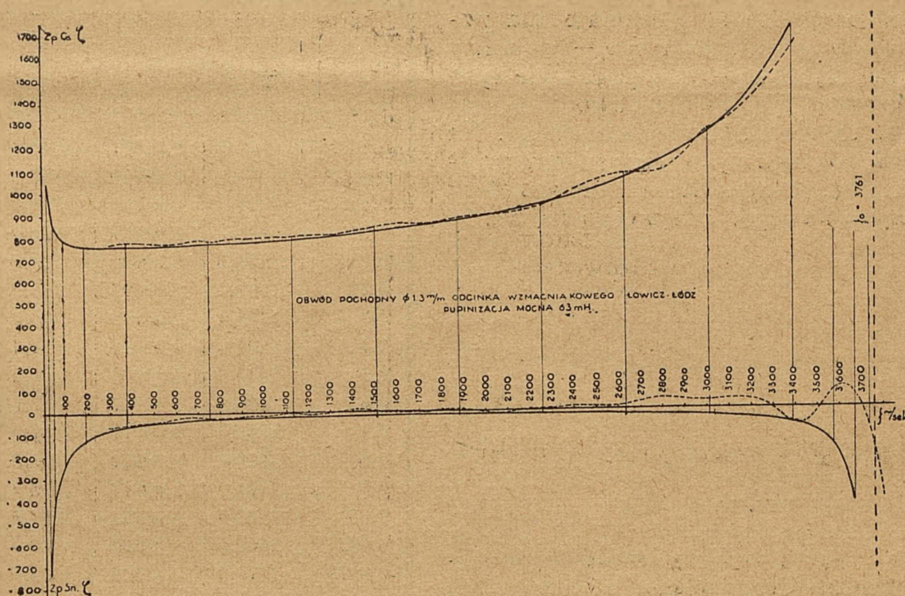
Składową rzeczywistą $Z_p\, Cs\,\zeta$ wyznaczymy ze wzoru (142), do którego wprowadzimy zależność:

$$Cs\,2\zeta = 2\,Cs^2\,\zeta - 1$$

jeżeli prócz tego weźmiemy pod uwagę wzór (144), to otrzymamy:

$$Z_p^2\, Cs^2\,\zeta = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{(\omega l C)^2} \cdot$$





$$\cdot \frac{Sn^2\,\alpha_0\,l}{(1+P)^2+Q^2}\left[1+\sqrt{1+\left(\frac{2\,Q}{Sn^2\,\alpha_0\,l}\right)^2}\,\right] \qquad (150)$$

Po uwzględnieniu we wzorze (150) zależności (92), (93), (145) i (147) oraz pominięciu w mianowniku wyrazu Q^2 jako bardzo małego, otrzymamy następujący ostateczny wzór na składową rzeczywistą oporu falowego:

$$\boxed{Z_p\,Cs\,\zeta = \frac{Z_0}{k}\,\frac{1}{\sqrt{1-\eta^2}}} \qquad (151)$$

Składowa urojona $Z_p\ Sn\ \zeta$ wyrazi się wzorem:

$$Z_p\,.\,Sn\zeta = \sqrt{Z_p{}^2 - (Z_p\,Cs\,\zeta)^2}$$

zaś po podstawieniu pod pierwiastkiem wartości Z_p ze wzoru 148:)

$$\boxed{Z_p\,.\,Sn\,\zeta = \frac{Z_0}{k}\sqrt{\frac{1-k^2}{1-\eta^2}} = (Z_p\,Cs\,\zeta)\,.\sqrt{1-k^2}} \qquad (152)$$

Ze wzoru 152) wynika następująca wartość kąta fazowego ζ:

$$tg\,\zeta = \sqrt{1-k^2} \qquad \ldots (153)$$

W wypadku spupinizowanego obwodu z bardzo małymi stratami można przyjąć w przybliżeniu:

$$k \cong 1$$

Ze wzorów (148), (151) i (152) otrzymamy dla tago wypadku:

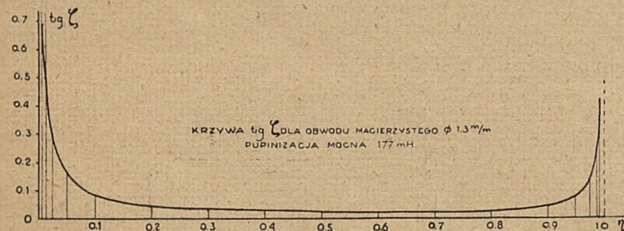
$$Z_p \cong Z_p\,C_s\zeta = \frac{Z_o}{\sqrt{1-\eta^2}} \qquad \ldots (154)$$

$$\zeta \cong O$$

A zatem w spupinizowanym obwodzie z bardzo małymi stratami opór falowy jest prawie oporem rzeczywistym, który przy danej częstotliwości można przedstawić w postaci zwykłego oporu omowego.

Przykład:

Nawiązując do przykładu rozpatrzonego w zeszycie Nr 3 Kwartalnika Telekomunikacyjnego wyznaczymy krzywe dla składowych rzeczywistych i składowych urojonych oporów falowych w funkcji częstotliwości w wypadku mocnej pupinizacji, rozpatrywanej w tym przykładzie i tyczącej się odcinka wzmacniakowego Łowicz—Łódź o długości 56,2 km. Wyniki obliczeń dla macierzystego spupinizowanego obwodu są podane w tablicy Nr 3, natomiast dla pochodnego obwodu spupinizowanego — w tablicy Nr 4. Krzywe wykreślone na podstawie tych tablic uwidoczniają: rys. 14 dla obwodu macierzystego i rys. 15 dla obwodu pochodnego. Na rysunkach tych również wykreślono liniami przerywanemi krzywe, otrzymane z pomiaru tego odcinka wzmacniakowego. Prócz tego na rys. 16



RYS. 16.

uwidoczniono krzywą $tg\,\zeta$ w funkcji częstotliwości dla obwodu macierzystego. Z krzywej tej widać, że w zakresie stosunku η od 0.2 do 0.9 można uważać opór falowy prawie jako rzeczywisty.

TABLICA Nr. 3.

Obwód macierzysty $Z_0 = \sqrt{\frac{L_c}{l\,C}} = 1585\Omega : f_0 = 2852 : L_c = 177\ mH$

η	$f = \eta\,f_0$	k	$Z_p\,C_s\,\zeta$	$Z_p\,Sn\,\zeta$	$tg\,\zeta$
0,00625	17,8	0,72490	2186,5	1506,1	0,6888
0,0125	35,6	0,86873	1824,6	903,7	0,4953
0,025	71,3	0,95410	1661,8	497,7	0,2995
0,5	142,6	0,98689	1608,0	259,5	0,1614
0,1	285,2	0,99651	1598,5	133,5	0,0835
0,2	570,4	0,99904	1619,2	70,8	0,0437
0,3	855,6	0,99953	1662,3	51,0	0,0307
0,4	1140,8	0,99969	1729,9	42,9	0,0248
0,5	1426,0	0,99976	1830,6	39,9	0,0218
0,6	1711,2	0,99979	1981,7	40,8	0,0206
0,7	1996,4	0,99977	2220,0	47,3	0,0213
0,8	2281,6	0,99968	2642,5	66,3	0,0251
0,9	2566,8	0,99921	3639,2	144,8	0,0398
0,95	2709,4	0,99751	5088,8	358,8	0,0705
0,975	2780,7	0,99144	7193,1	939,4	0,1306
0,9875	2816,4	0,96995	10367,6	2522,4	0,2433
0,99375	2834,2	0,90767	15643,5	6565,6	0,4197

TABLICA Nr. 4.

Obwód pochodny $Z_0 = \sqrt{\frac{L_c}{l\,C}} = 744\Omega : f_0 = 3761 : L_c = 63\ mH$

η	$f = \eta\,f_0$	k	$Z_p\,Cs\,\zeta$	$Z_p\,Sn\,\zeta$	$tg\,\zeta$
0,00625	23,5	0,71011	1047,6	737,6	0,7041
0,0125	47,0	0,85769	867,4	446,0	0,5142
0,025	94,0	0,94892	784,2	247,4	0,3155
0,05	188,1	0,98527	756,0	129,3	0,1710
0,1	376,1	0,99606	750,6	66,5	0,0886
0,2	752,2	0,99893	760,0	35,0	0,0461
0,3	1128,3	0,99948	780,2	25,2	0,0323
0,4	1504,4	0,99966	811,9	21,0	0,0259
0,5	1880,5	0,99974	859,2	19,3	0,0225
0,6	2256,5	0,99977	930,1	19,7	0,0212
0,7	2632,7	0,99977	1041,9	22,4	0,0215
0,8	3008,8	0,99969	1240,2	30,9	0,0249
0.9	3384,9	0,99927	1707,9	65,2	0,0382
0,95	3573,0	0,99776	2387,7	159,5	0,0668
0,975	3667,0	0,99234	3372,9	416,5	0,1235
0,9875	3714,0	0,97326	4849,4	1113,9	0,2297
0,99375	3737,5	0,91619	7273,9	2914,6	0,4007

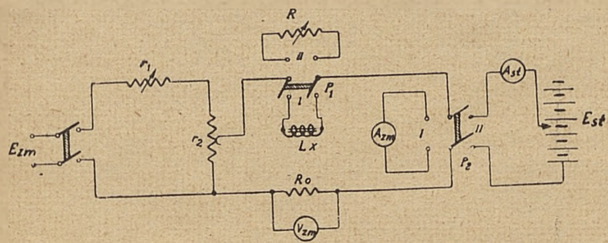
DŁAWIKI.

Inż. M. MAZUR.

(Dokończenie do str. 32 Nr. 2/38, Kwartalnika Telekomunikacyjnego).

Metoda porównawcza. Metoda ta polega na dobraniu takiego oporu omowego, aby spadek napięcia na tym oporze był, przy jednakowym natężeniu prądu, równy spadkowi napięcia na dławiku mierzonym. Układ oparty na tej metodzie jest przedstawiony na rys. 6. Przebieg pomiaru w tym układzie jest następujący. W położeniu przełączników P_1 i P_2 na I dobiera się na amperomierzu A_{zm} wymaganą wielkość składowej zmiennej, przy jednoczesnym zaobserwowa-

niu wychylenia woltomierza praktycznie nieobciążającego V_{zm}, niewrażliwego na składową stałą. Przełącznik P_2 przerzuca się do pozycji II, a następnie dobiera się na amperomierzu A_{st} odpowiednią wielkość składowej stałej, utrzymując na woltomierzu V_{zm} zauważone poprzednio wychylenie, zapomocą regulacji oporników r_1 i r_2. Po przerzuceniu przełącznika P_1 na pozycję II dobiera się opór R tak, aby wychylenie woltomierza V_{zm} było takie samo, jak poprzednio. Wtedy zgodnie z poprzednią uwagą



RYS. 6.

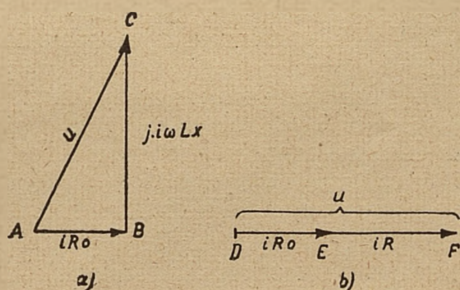
$$\omega L_x \cong R \text{ czyli } L_x \cong \frac{R}{2\pi f}, \quad (4)$$

a w wypadku częstotliwości 50 Hz

$$\omega L_x \cong \frac{R}{314},$$

przy czym L_x jest wyrażone w henrach, R zaś w omach.

Otrzymany wzór jest słuszny tylko z pewnymi zastrzeżeniami, wynikającymi z następujących rozważań. Nawet w wypadku dobrania ściśle tego samego wychylenia na woltomierzu V_{zm} dla obu położeń przełącznika P_1 utworzone w ten sposób obwody nie są identyczne pod względem elektrycznym, ponieważ opór L_x jest indukcyjny, opór R zaś rzeczywisty. Wskutek tego na-

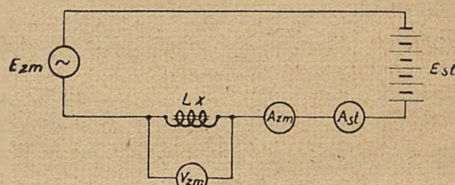


RYS. 7.

pięcie zmienne na zaciskach wyjściowych potencjometru r_2 jest inne w położeniu przełącznika P_1 na I niż w położeniu na II. Jest to źródłem błędu, którego wielkość zależy od wielkości oporów obwodu. Drugim źródłem błędu jest okoliczność, że opór R_0 dodaje się do oporu R arytmetycznie, do oporu L_x—geometrycznie. Odpowiednie wykresy wektorowe są przedstawione na rys. 7. Wykres a) odpowiada położeniu przełącznika P_1 w pozycji I, wykres b) położeniu w pozycji II. Dla uproszczenia nie uwzględniono wpływu oporów amperomierzy. Z wykresów tych wynika, że jeżeli nawet moduły wektorów AB i AC są odpowiednio równe modułom wektorów DE i DF, to jednak moduł wektora EF jest mniejszy niż moduł wektora BC, czyli opór R jest w rzeczywistości mniejszy niż opór ωL_x. Błąd ten można zmniejszyć przez dobranie odpowiednio małego oporu R_0 w stosunku do mierzonego oporu indukcyjnego.

W opisanym układzie można mierzyć z dostateczną dokładnością dławiki o indukcyjności powyżej 1 henra.

Metoda techniczna. Metoda ta polega na określeniu oporu pozornego dławika z pomiarów składowej zmiennej prądu tętniącego przepływającego przez dławik oraz składowej zmiennej występującego na nim spadku napięcia. Jak wynika z rozważań nad uproszczonym układem tej metody (rys. 8), indukcyjność dławika da się zmierzyć bez trudności, jeżeli V_{zm} będzie to woltomierz nieobciążający, mierzący tylko napięcie zmienne, A_{zm} —amperomierz mierzący tylko prąd zmienny, i A_{st}—amperomierz mierzący tylko prąd stały. Wtedy z odczytów U_{zm} na woltomierzu V_{zm} oraz i_{zm} na amperomierzu A_{zm} otrzymuje się indukcyjność dławika



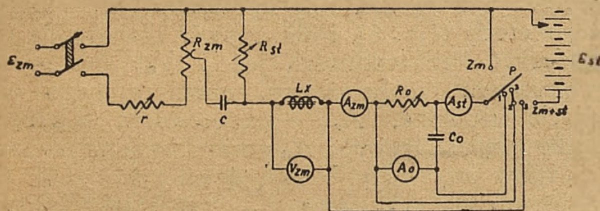
RYS. 8.

$$L_x = \frac{U_{zm}}{2\pi f \cdot i_{zm}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Układ odpowiadający powyższym warunkom został zrealizowany w Laboratorium Probierczym W-łu Teletechniki Państwowego Instytutu Telekomunikacyjnego według schematu przedstawionego na rys. 9.

Regulacja prądu zmiennego odbywa się przy pomocy oporów r i R_{zm}, prądu stałego zaś—przy pomocy oporu R_{st} oraz przez regulację napięcia źródła E_{st}. Dzięki obecności kondensatora C regulacja prądu zmiennego odbywa się bez wpływu na wielkość składowej stałej. V_{zm} jest to woltomierz o dostatecznie dużym oporze, nie wrażliwy na napięcie stałe, A_{st}—amperomierz magnetometryczny, a więc nie wrażliwy na prąd zmienny. Co do amperomierza na prąd zmienny, należy zauważyć, że powinien to być przyrząd nie tyle nie wrażliwy na składową stałą, ile zabezpieczony od jej przepływu; składowa stała bowiem, jako z reguły większa od składowej zmiennej kilkadziesiąt razy, mogłaby przyrząd spalić, nawet gdyby nie powodowała jego wychylenia. W braku takiego przyrządu został opracowany pewien układ zastępczy, składający się z elementów A_{zm}-R_0-C_0-A_0. A_{zm} i A_0 są to amperomierze na prąd zmienny dowolnego typu,

opór R_0 i kondensator kierują składową stałą z pominięciem amperomierza A_0. Amperomierz A_{zm} służy do skalowania amperomierza A_0, co odbywa się przed pomiarem przy ustawieniu przełącznika P w pozycji Z_m. Jeżeli zmiany składowej zmiennej prądu są przewidziane tylko w pewnym, niezbyt szerokim zakresie, wystarczy używać jedynie przyrządu A_0, wyskalowanego przy ustalonych wielkościach oporu R_0 i kondensatora C_0. Kontakty dodatkowe przełącznika P są przeznaczone do chwilowego zwierania amperomierza A_0 (para 1-2), w celu zabezpieczenia go od uderzeń prądu ładowania się kondensatora C_0, do trwałego zaś zwierania amperomierza A_{zm} (para 2-3), w celu zabezpieczenia go od przepływu prądu stałego.



RYS. 9.

Pomiar odbywa się przy ustawieniu przełącznika P w pozycji $Zm+S_t$ i składa się z następujących czynności: 1° dobranie składowej stałej i_{st} na amperomierzu A_{st} przy pomocy regulacji oporu R_{st} i napięcia źródła E_{st}, 2° dobranie składowej zmiennej i_{zm} na amperomierzu A_0 przy pomocy regulacji oporów r i R_{zm}, oraz 3° odczytanie wskazania U_{zm} woltomierza V_{zm}. Indukcyjność dławika mierzonego przy częstoliwości 50 Hz przedstawi się zgodnie z wzorem 6) jako

$$L_x = \frac{U_{zm}}{314 \cdot i_{zm}} \text{ henrów,}$$

przy danej składowej stałej i_{st}.

Wstępne skalowanie przyrządu A_0 może być wyzyskane jako pomiar indukcyjności dławika samym tylko prądem zmiennym (przy składowej stałej równej zeru). W układzie tym zdejmowanie charakterystyk typu $L_x = f(i_{st})$ przy $i_{zm} = \text{const}$ jest łatwiejsze niż typu $L_x = f(i_{zm})$ przy $i_{st} = \text{const.}$ ze względu na jednorazowe dla całej charakterystyki skalowanie przyrządu A_0. Do zalet układu należy możność zdejmowania charakterystyk w sposób ciągły przez jednoczesne nastawianie oporem R_{st} odpowiedniego wychylenia na amperomierzu A_{st} i utrzymywanie oporem R_{zm} stałego wychylenia na przyrządzie A_0. Wówczas wychylenia woltomierza V_{zm} przedstawiają w pewnej skali indukcyjność dławika i stanowią obraz jego zmienności. Pozwala to wykryć nawet stosunkowo niewielkie maxima krzywych.

Zakres pomiarów w opisanym układzie jest zależny od zakresu użytych przyrządów. Składowa zmienna, jako zwykle dość mała (rzędu kilku miliamperów) daje się uzyskać praktycznie w dowolnej wielkości. Składowa stała jest ograniczona wytrzymałością oporników. Zakres indukcyjności zależy od zakresu woltomierza V_{zm} i wielkości składowej zmiennej, przy której pomiar ma się odbywać. Z wyjątkiem szczególnie niekorzystnych wypadków (np. pomiar małych indukcyjności przy małej składowej zmiennej) zastosowanie woltomierza o zakresie 0,5 V do 50V pozwala mierzyć indukcyjności od 0,2H do 300 H.

Uwagi ogólne. W odniesieniu do wszystkich omawianych metod należy wziąć pod uwagę dwie następujące okoliczności. Jak wiadomo, wskutek nieprostoliniowości krzywej magnesowania żelaza, zarówno prąd przepływający przez uzwojenie, jak i wzbudzona w tym uzwojeniu siła przeciwelektromotoryczna, są odkształcone, jeżeli punkt pracy znajduje się powyżej zagięcia krzywej magnesowania. Krzywa przebiegu prądu staje się zaostrzona, siły przeciwelektromotorycznej zaś spłaszczona. Okoliczność ta jest źródłem błędu, ponieważ wyprowadzone wzory odnoszą się do przebiegów sinusoidalnych. Metoda mostkowa omija niejako tę trudność dzięki temu, że stan równowagi mostka dobrany na słuch odnosi się do pierwszej harmonicznej. Nie jest to jednak właściwe wyjście z sytuacji, ponieważ obecność wyższych harmonicznych również charakteryzuje dławik, źródło odkształcenia leży bowiem w nim samym. Nie wdając się w rozważania, która metoda jest bardziej racjonalna pod względem teoretycznym, ograniczymy się do stwierdzenia, że dla celów praktyki pożądana jest przede wszystkim jednoznaczność pomiarów. Ponieważ stopień odkształcenia jest zależny od wielkości oporów obwodu, więc mogłoby się okazać, że przy różnych oporach obwodu, lecz jednych i tych samych wskazaniach amperomierzy, otrzymuje się różne wyniki pomiarów. W celu uniknięcia tej wieloznaczności pomiarów i zmniejszenia wpływu harmonicznych należy wykonywać pomiary przy możliwie najmniejszych oporach obwodu, ponieważ wtedy wpływ harmonicznych jest uwarunkowany jedynie kształtem charakterystyki magnesowania i oporem pozornym dławika.

Inną okolicznością wynikającą z właściwości dławików jest zależność indukcyjności od początkowego stanu magnetycznego. Przy zdejmowaniu charakterystyk, zmiany składowej stałej powinny się odbywać w jednym kierunku, ponieważ każdy poprzedni punkt wyznacza pewien stan magnetyczny dla następnego. Regulacja składowej stałej „zygzakiem" prowadzi z reguły do występowania t. zw. „dzikich" punktów.

Zamieszczone wykresy zostały zaczerpnięte z materiałów Laboratorium Probierczego Instytutu. Pomysłowe rozwiązania niektórych szczegółów układu pomiarowego zawdzięczam p. P. Biernackiemu, asystentowi tego Laboratorium.

Redaktor: Inż. Henryk Pomirski. **Wydawca: Stow. Teletechników Polskich**

Drukarnia Techniczna, Sp. Akc., Warszawa, Czackiego 8/5, tel. 614-07 i 277-98.

SPIS RZECZY

ZAMIESZCZONYCH W KWARTALNIKU TELEKOMUNIKACYJNYM W ROKU 1938.

WYDAWNICTWA ROK I.